

2009年(数一)真题答案解析

一、选择题

(1) A

解 由已知条件

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin ax}{x^2 \ln(1 - bx)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin ax}{x^2 \cdot (-bx)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - a \cos ax}{-3bx^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^2 \sin ax}{-6bx} = -\frac{a^3}{6b} = 1.$$

所以 $a^3 = -6b$. 故应选 A.

(2) A

解 令 $z = y \cos x$, 则 z 关于 y 为奇函数, 关于 x 为偶函数, 由题意易知 D_1, D_3 均关于 y 轴对称, D_2, D_4 均关于 x 轴对称. 所以由对称性

$$I_2 = I_4 = 0,$$

$$I_1 = 2 \iint_{D_1 \text{右}} y \cos x \, dx \, dy = 2 \int_0^1 dy \int_0^y y \cos x \, dx = 2 \int_0^1 y \sin y \, dy > 0,$$

$$I_3 = 2 \iint_{D_3 \text{右}} y \cos x \, dx \, dy = 2 \int_{-1}^0 dy \int_0^{-y} y \cos x \, dx = -2 \int_0^1 y \sin y \, dy < 0. \text{ 故应选 A.}$$

(3) D

解 不妨设 $f(x) = g(x)$ ($0 \leq x \leq 2$), 其中 $g(0) = -1, g(1) = 0, g(2) = 2$, 由题干图得,

$$f(x) = \begin{cases} 1, & -1 \leq x < 0, \\ g(x), & 0 \leq x \leq 2, \\ 0, & 2 < x \leq 3. \end{cases}$$

$$F(x) = \int_0^x f(t) \, dt.$$

当 $-1 \leq x < 0$ 时, $F(x) = \int_0^x f(t) \, dt = -\int_x^0 f(t) \, dt = t \Big|_x^0 = x$, 由此可排除 A, C.

又当 $2 < x \leq 3$ 时,

$$\begin{aligned} F(x) &= \int_0^x f(t) \, dt = \int_0^1 f(t) \, dt + \int_1^2 f(t) \, dt + \int_2^x f(t) \, dt \\ &= \int_0^1 f(t) \, dt + \int_1^2 f(t) \, dt = \int_0^2 g(x) \, dx. \end{aligned}$$

又由定积分的几何意义知, $\int_0^2 g(x) \, dx > 0$, 故 $2 < x \leq 3$ 时 $F(x) > 0$. 故应选 D.

(4) C

解 若令 $a_n = b_n = \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 收敛, 却有 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ 发散,

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2 b_n^2 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ 收敛. 故排除 A, D.

若取 $a_n = b_n = \frac{1}{n}$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$, $\sum_{n=1}^{\infty} |b_n|$ 发散, 却有 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ 收敛. 故排除 B.

又 $\sum_{n=1}^{\infty} |b_n|$ 与 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2 b_n^2$ 均为正项级数, 且

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0, \lim_{n \rightarrow \infty} |b_n| = 0,$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n^2 b_n^2}{|b_n|} = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n^2 \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} |b_n| = 0,$$

由正项级数比较判别法的极限形式知: 当 $\sum_{n=1}^{\infty} |b_n|$ 收敛时, $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2 b_n^2$ 收敛.

(5) A

$$\text{解 由 } (\alpha_1, \frac{1}{2}\alpha_2, \frac{1}{3}\alpha_3) = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} \end{bmatrix},$$

$$\text{得 } (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = (\alpha_1, \frac{1}{2}\alpha_2, \frac{1}{3}\alpha_3) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix},$$

故

$$\begin{aligned} (\alpha_1 + \alpha_2, \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_3 + \alpha_1) &= (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \\ &= (\alpha_1, \frac{1}{2}\alpha_2, \frac{1}{3}\alpha_3) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} = (\alpha_1, \frac{1}{2}\alpha_2, \frac{1}{3}\alpha_3) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 3 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

(6) B

解 由 $|A|=2, |B|=3$, 得 A, B 可逆且

$$A^* = |A|A^{-1} = 2A^{-1}, \quad B^* = |B|B^{-1} = 3B^{-1}.$$

$$\begin{aligned} \text{故 } \begin{bmatrix} O & A \\ B & O \end{bmatrix}^* &= \begin{bmatrix} O & A \\ B & O \end{bmatrix}^{-1} = (-1)^{2 \times 2} |A| \cdot |B| \begin{bmatrix} O & B^{-1} \\ A^{-1} & O \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} O & 6B^{-1} \\ 6A^{-1} & O \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} O & 2B^* \\ 3A^* & O \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

(7) C

$$\text{解 } f(x) = F'(x) = 0.3\Phi'(x) + \frac{0.7}{2}\Phi'\left(\frac{x-1}{2}\right),$$

$$EX = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx = 0.3 \int_{-\infty}^{+\infty} x\Phi'(x)dx + 0.35 \int_{-\infty}^{+\infty} x\Phi'\left(\frac{x-1}{2}\right)dx.$$

由于 $\Phi(x)$ 为标准正态分布函数, 所以

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x\Phi'(x)dx = 0,$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x\Phi'\left(\frac{x-1}{2}\right)dx \stackrel{\frac{x-1}{2}=u}{=} 2 \int_{-\infty}^{+\infty} (2u+1)\Phi'(u)du = 2,$$

$$\text{则 } EX = 0 + 0.35 \times 2 = 0.7.$$

(8) B

$$\begin{aligned} \text{解 } F_Z(z) &= P\{xy \leq z\} \\ &= P\{xy \leq z | y=0\} P\{y=0\} + P\{xy \leq z | y=1\} P\{y=1\} \\ &= \frac{1}{2} [P\{xy \leq z | y=0\} + P\{xy \leq z | y=1\}]. \end{aligned}$$

由于 x, y 相互独立, 故 $F_Z(z) = \frac{1}{2} [P\{x \cdot 0 \leq z\} + P\{x \leq z\}]$.

(1) 若 $z < 0$, 则 $F_Z(z) = \frac{1}{2} \Phi(z)$,

(2) 若 $z \geq 0$, 则 $F_Z(z) = \frac{1}{2} [1 + \Phi(z)]$,

所以 $z=0$ 为间断点. 故有一个间断点.

二、填空题

(9) $xf_{12}'' + f_2' + xyf_{22}''$

解 $\frac{\partial z}{\partial x} = f_1' + yf_2'$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = xf_{12}'' + f_2' + xyf_{22}''$.

(10) $x(1 - e^x) + 2$

解 由齐次通解为 $y = (C_1 + C_2 x)e^x$, 得特征根为 $r_1 = r_2 = 1$, 故 $a = -2, b = 1$.

微分方程为 $y'' - 2y' + y = x$.

设特解为

$$y^* = Ax + B, (y^*)' = A, (y^*)'' = 0,$$

$$-2A + Ax + B = x, A = 1,$$

$$-2 + B = 0, B = 2.$$

所以特解为 $y^* = x + 2$.

非齐次的通解为 $y = (C_1 + C_2 x)e^x + x + 2$.

把 $y(0) = 2, y'(0) = 0$ 代入得 $C_1 = 0, C_2 = -1$.

故应填 $-xe^x + x + 2$.

(11) $\frac{13}{6}$

解 由题意可知, $x = x, y = x^2, 0 \leq x \leq \sqrt{2}$, 则 $ds = \sqrt{1 + 4x^2} dx$.

所以

$$\int_L x ds = \int_0^{\sqrt{2}} x \sqrt{1 + 4x^2} dx = \frac{1}{8} \int_0^{\sqrt{2}} \sqrt{1 + 4x^2} d(1 + 4x^2) = \frac{1}{8} \cdot \frac{2}{3} (1 + 4x^2)^{\frac{3}{2}} \Big|_0^{\sqrt{2}} = \frac{13}{6}.$$

(12) $\frac{4}{15}\pi$

解 由对称性

$$\iiint_{\Omega} x^2 dx dy dz = \iiint_{\Omega} y^2 dx dy dz = \iiint_{\Omega} z^2 dx dy dz,$$

$$\text{所以 } \iiint_{\Omega} z^2 dx dy dz = \frac{1}{3} \iiint_{\Omega} (x^2 + y^2 + z^2) dx dy dz = \frac{1}{3} \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{\pi} \sin\varphi d\varphi \int_0^1 r^4 dr = \frac{4}{15}\pi.$$

(13) 2

解 设 λ 是 $\beta\alpha^T$ 的非零特征值, η 是属于 λ 的特征向量, 从而 $\beta\alpha^T\eta = \lambda\eta$.

由于 $\lambda \neq 0, \eta \neq 0$, 故 $\alpha^T\eta \neq 0$.

设 $\alpha^T\eta = \mu \neq 0$, 有 $\mu\beta = \lambda\eta$, 所以 $\eta = \frac{\mu}{\lambda}\beta$, 从而 $\beta\alpha^T \frac{\mu}{\lambda}\beta = \lambda \cdot \frac{\mu}{\lambda}\beta$.

所以, $\lambda = 2$.

(14) -1

解 因为 $\bar{X} + kS^2$ 为 np^2 的无偏估计, 所以

$$E(\bar{X} + kS^2) = np^2.$$

而 $E(\bar{X} + kS^2) = E(\bar{X}) + kE(S^2) = EX + kDx = np + knp(1-p),$

则 $k(1-p) = p-1$, 即 $k = -1$.

三、解答题

(15) 解 $f'_x(x, y) = 2x(2+y^2),$

$$f'_y(x, y) = 2x^2y + \ln y + 1.$$

$$\text{令 } \begin{cases} f'_x(x, y) = 0, \\ f'_y(x, y) = 0, \end{cases} \quad \text{解得唯一驻点 } \left(0, \frac{1}{e}\right).$$

由于

$$A = f''_{xx}\left(0, \frac{1}{e}\right) = 2(2+y^2) \Big|_{\left(0, \frac{1}{e}\right)} = 2\left(2 + \frac{1}{e^2}\right),$$

$$B = f''_{xy}\left(0, \frac{1}{e}\right) = 4xy \Big|_{\left(0, \frac{1}{e}\right)} = 0,$$

$$C = f''_{yy}\left(0, \frac{1}{e}\right) = \left(2x^2 + \frac{1}{y}\right) \Big|_{\left(0, \frac{1}{e}\right)} = e,$$

所以 $B^2 - AC = -2e\left(2 + \frac{1}{e^2}\right) < 0$, 且 $A > 0$,

从而 $f\left(0, \frac{1}{e}\right)$ 是 $f(x, y)$ 的极小值, 极小值为 $f\left(0, \frac{1}{e}\right) = -\frac{1}{e}.$

(16) 解 曲线 $y = x^n$ 与 $y = x^{n+1}$ 的交点为 $(0, 0)$ 与 $(1, 1)$, 所围区域的面积

$$a_n = \int_0^1 (x^n - x^{n+1}) dx = \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2}.$$

$$S_1 = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2} \right) = \frac{1}{2},$$

$$S_2 = \sum_{n=1}^{\infty} a_{2n-1} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2n} - \frac{1}{2n+1} \right) = \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n}.$$

考察幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} x^n$, 知其收敛域为 $(-1, 1]$, 和函数为 $-\ln(1+x)$.

因为 $S(x) = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} x^n = x - \ln(1+x)$, 令 $x=1$, 得

$$S_2 = \sum_{n=1}^{\infty} a_{2n-1} = S(1) = 1 - \ln 2.$$

(17) 解 (I) 椭球面 S_1 的方程为 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2+z^2}{3} = 1.$

设切点为 (x_0, y_0) , 则 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 在 (x_0, y_0) 处的切线方程为 $\frac{x_0 x}{4} + \frac{y_0 y}{3} = 1.$

将 $x=4, y=0$ 代入切线方程得 $x_0=1$, 从而 $y_0 = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \sqrt{4-x_0^2} = \pm \frac{3}{2}.$

所以切线方程为 $\frac{x}{4} \pm \frac{y}{2} = 1$, 从而圆锥面 S_2 的方程为 $\left(\frac{x}{4} - 1\right)^2 = \frac{y^2+z^2}{4},$

即 $(x-4)^2 - 4y^2 - 4z^2 = 0.$

(II) S_1 与 S_2 之间的体积等于一个底面半径为 $\frac{3}{2}$ 、高为 3 的锥体体积 $\frac{9}{4}\pi$ 与部分椭球体体积 V 之差, 其中

$$V = \frac{3\pi}{4} \int_1^2 (4-x^2) dx = \frac{5}{4}\pi,$$

故所求体积为 $\frac{9}{4}\pi - \frac{5}{4}\pi = \pi$.

(18) 解 (I) 取 $F(x) = f(x) - \frac{f(b)-f(a)}{b-a}(x-a)$,

由题意知 $F(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 在 (a, b) 内可导, 且

$$F(a) = f(a) - \frac{f(b)-f(a)}{b-a}(a-a) = f(a),$$

$$F(b) = f(b) - \frac{f(b)-f(a)}{b-a}(b-a) = f(a).$$

根据罗尔定理, 存在 $\xi \in (a, b)$, 使得

$$F'(\xi) = f'(\xi) - \frac{f(b)-f(a)}{b-a} = 0,$$

即

$$f(b) - f(a) = f'(\xi)(b-a).$$

(II) 对于任意的 $t \in (0, \delta)$, 函数 $f(x)$ 在 $[0, t]$ 上连续, 在 $(0, t)$ 内可导, 由右导数定义及拉格朗日中值定理可得

$$f'_+(0) = \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{f(t) - f(0)}{t - 0} = \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{f'(\xi)t}{t} = \lim_{t \rightarrow 0^+} f'(\xi), \text{ 其中 } \xi \in (0, t).$$

由于 $\lim_{t \rightarrow 0^+} f'(t) = A$, 且当 $t \rightarrow 0^+$ 时, $\xi \rightarrow 0^+$, 所以 $\lim_{t \rightarrow 0^+} f'(\xi) = A$, 故 $f'_+(0)$ 存在, 且 $f'_+(0) = A$.

(19) 解 取 $\Sigma_1: x^2 + y^2 + z^2 = 1$ 的外侧, Ω 为 Σ 与 Σ_1 之间的部分.

$$\begin{aligned} I &= \oiint_{\Sigma} \frac{x dy dz + y dz dx + z dx dy}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \\ &= \oiint_{\Sigma - \Sigma_1} \frac{x dy dz + y dz dx + z dx dy}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} + \oiint_{\Sigma_1} \frac{x dy dz + y dz dx + z dx dy}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}}. \end{aligned}$$

根据高斯公式, 可得

$$\oiint_{\Sigma - \Sigma_1} \frac{x dy dz + y dz dx + z dx dy}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} = \iiint_{\Omega} 0 dx dy dz = 0,$$

$$\oiint_{\Sigma_1} \frac{x dy dz + y dz dx + z dx dy}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} = \oiint_{\Sigma_1} x dy dz + y dz dx + z dx dy = \iiint_{x^2 + y^2 + z^2 \leq 1} 3 dx dy dz = 4\pi,$$

所以 $I = 4\pi$.

(20) 解 (I) 对矩阵 $(A: \xi_1)$ 施以初等行变换, 得

$$(A: \xi_1) = \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & \vdots & -1 \\ -1 & 1 & 1 & \vdots & 1 \\ 0 & -4 & -2 & \vdots & -2 \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right),$$

可求得

$$\xi_2 = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} + \frac{k}{2} \\ \frac{1}{2} - \frac{k}{2} \\ k \end{pmatrix},$$

其中 k 为任意常数.

又

$$A^2 = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ -2 & -2 & 0 \\ 4 & 4 & 0 \end{pmatrix},$$

对矩阵 $(A^2 : \xi_1)$ 施以初等行变换, 得

$$(A^2 : \xi_1) = \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 2 & 0 & -1 \\ -2 & -2 & 0 & 1 \\ 4 & 4 & 0 & -2 \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right),$$

可求得

$$\xi_3 = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} - a \\ a \\ b \end{pmatrix},$$

其中 a, b 为任意常数.

(II) 证法一 由(I)知

$$|\xi_1 \quad \xi_2 \quad \xi_3| = \begin{vmatrix} -1 & -\frac{1}{2} + \frac{k}{2} & -\frac{1}{2} - a \\ 1 & \frac{1}{2} - \frac{k}{2} & a \\ -2 & k & b \end{vmatrix} = -\frac{1}{2} \neq 0,$$

所以 ξ_1, ξ_2, ξ_3 线性无关.

证法二 由题设可得 $A\xi_1 = 0$. 设存在数 k_1, k_2, k_3 , 使得

$$k_1\xi_1 + k_2\xi_2 + k_3\xi_3 = 0, \quad (1)$$

等式两端左乘 A , 得

$$k_2A\xi_2 + k_3A\xi_3 = 0,$$

即

$$k_2\xi_1 + k_3A\xi_3 = 0, \quad (2)$$

等式两端再左乘 A , 得

$$k_3A^2\xi_3 = 0,$$

即

$$k_3\xi_1 = 0,$$

于是 $k_3 = 0$, 代入(2)式, 得 $k_2\xi_1 = 0$, 故 $k_2 = 0$, 将 $k_2 = k_3 = 0$ 代入(1)式, 可得 $k_1 = 0$, 从而 ξ_1, ξ_2, ξ_3 线性无关.

(21) 解 (I) 二次型 f 的矩阵

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 & 1 \\ 0 & a & -1 \\ 1 & -1 & a-1 \end{pmatrix}.$$

由于

$$|\lambda \mathbf{E} - \mathbf{A}| = \begin{vmatrix} \lambda - a & 0 & -1 \\ 0 & \lambda - a & 1 \\ -1 & 1 & \lambda - a + 1 \end{vmatrix} \\ = (\lambda - a)(\lambda - (a + 1))(\lambda - (a - 2)),$$

所以 $\mathbf{A}$ 的特征值为

$$\lambda_1 = a, \lambda_2 = a + 1, \lambda_3 = a - 2.$$

(II) 由于 f 的规范形为 $y_1^2 + y_2^2$, 所以 $\mathbf{A}$ 合同于 $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, 其秩为 2, 故 $|\mathbf{A}| = \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = 0$,

于是 $a = 0$ 或 $a = -1$ 或 $a = 2$.

当 $a = 0$ 时, $\lambda_1 = 0, \lambda_2 = 1, \lambda_3 = -2$, 此时 f 的规范形为 $y_1^2 - y_2^2$, 不合题意.

当 $a = -1$ 时, $\lambda_1 = -1, \lambda_2 = 0, \lambda_3 = -3$, 此时 f 的规范形为 $-y_1^2 - y_2^2$, 不合题意.

当 $a = 2$ 时, $\lambda_1 = 2, \lambda_2 = 3, \lambda_3 = 0$, 此时 f 的规范形为 $y_1^2 + y_2^2$.

综上可知, $a = 2$.

$$(22) \text{ 解 } (I) P\{X=1|Z=0\} = \frac{P\{X=1, Z=0\}}{P\{Z=0\}} = \frac{C_2^1 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{3}}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{4}{9}.$$

(II) 由题意知 X 与 Y 的所有可能取值均为 $0, 1, 2$.

(X, Y) 的概率分布为

$X \backslash Y$	0	1	2
0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$
1	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{9}$	0
2	$\frac{1}{36}$	0	0

$$(23) \text{ 解 } (I) EX = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx = \int_0^{+\infty} \lambda^2 x^2 e^{-\lambda x} dx = \frac{2}{\lambda}.$$

令 $\bar{X} = EX$, 即 $\bar{X} = \frac{2}{\lambda}$, 得 λ 的矩估计量为 $\hat{\lambda}_1 = \frac{2}{\bar{X}}$.

(II) 设 $x_1, x_2, \dots, x_n (x_i > 0, i = 1, 2, \dots, n)$ 为样本观测值, 则似然函数为

$$L(x_1, x_2, \dots, x_n; \lambda) = \lambda^{2n} e^{-\lambda \sum_{i=1}^n x_i} \prod_{i=1}^n x_i,$$

$$\ln L = 2n \ln \lambda - \lambda \sum_{i=1}^n x_i + \sum_{i=1}^n \ln x_i,$$

由 $\frac{d \ln L}{d \lambda} = \frac{2n}{\lambda} - \sum_{i=1}^n x_i = 0$, 得 λ 的最大似然估计量为 $\hat{\lambda}_2 = \frac{2}{\bar{X}}$.